

時間依存の GL 方程式を利用して Bi 系超伝導円筒導波管の Q 値解析

Q Factor Analysis of Bi-Sr-Ca-Cu-O High Tc Superconducting Cylindrical Waveguide using Time-Dependent GL Equation

拓殖大学大学院 工学研究科 機械・電子システム工学専攻 吉森研究室

朱 思源

指導教員 教授 吉森 茂

キーワード：高 Tc 超伝導体、円筒導波管、無負荷 Q 値、量子ビット、コヒーレンス時間

1. まえがき

1911 年に液体ヘリウムを用いて水銀の電気抵抗を測定する過程において、4.2 K 以下において電気抵抗が測定不能なほどに小さくなることを発見した。一定条件下で超伝導現象を示す物質を超伝導体と言う。1986 年に銅酸化物高 Tc 超伝導体が登場し、絶対零度付近まで冷却しなくとも超伝導現象を発現できるようになった。液体窒素の原料である窒素は無制限に使用できるため、今後は液体窒素を使用した高 Tc 超伝導体の応用がますます活発になることが予想される。一方、近年、超伝導量子コンピュータが注目されているが、実用的な量子ゲート方式の超伝導量子コンピュータの実現には解決すべき課題が多い。本研究では、時間依存の GL 方程式を用いて Bi 系高 Tc 超伝導円筒導波管の共振器特性を解析し、超伝導量子コンピュータのコヒーレンス時間の改善方法を検討した。

2. 時間依存の GL 方程式

Bi 系高 Tc 超伝導円筒導波管の共振器特性解析には、式(1)で与えられる時間依存の GL (TDGL) 方程式を使用した。

$$\begin{aligned} & \xi^2 \left(\nabla - i \frac{2e}{h} A \right)^2 \Delta + \left(1 - \left| \frac{\Delta}{\Delta_0} \right| \right)^2 \Delta \\ &= \tau \left(\frac{\partial}{\partial t} - i \frac{2e}{h} V \right) \Delta \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、 ξ はコヒーレンス長、 e は電子電荷の絶対値、 h は

プランク定数、 τ はオーダーパラメータの緩和時間、 A はベクトルポテンシャル、 V は超伝導体でのスカラポテンシャル、 Δ_0 は絶対零度におけるエネルギーギャップである。

3. TDGL 方程式を用いた高 Tc 超伝導円筒導波管の共振器特性解析

高 Tc 超伝導円筒導波管共振器の解析モデルの模式図を図 1 に示す。円筒導波管の内半径を $a = 5[\text{mm}]$ 、外半径を $b = 10[\text{mm}]$ とし、共振器長 l は可変とした。また、TDGL 方程式を用いて超伝導体のコンダクタンスを計算し、超伝導状態における表皮厚 δ_s を算出した。

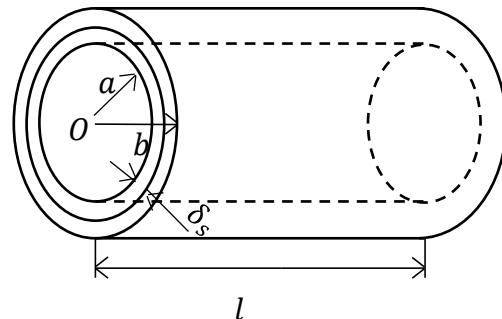


図 1. 高 Tc 超伝導円筒導波管の模式図

円筒導波管の伝搬モードは基本モードの TE_{11} モードと仮定し解析を行った。 TE_{11} モードの電磁界を以下に示す。

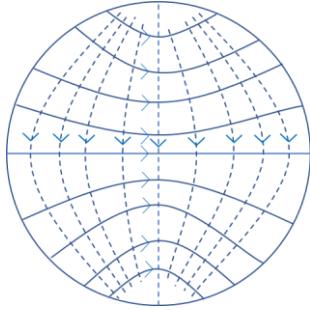
$$H_z = AJ_1(k_c r) \cos(\varphi + \theta_1) e^{-\gamma z} \quad (2)$$

$$E_r = A \frac{j\omega\mu_0 J_1(k_c r)}{k_c^2} \sin(\varphi + \theta_1) e^{-\gamma z} \quad (3)$$

$$E_\varphi = A \frac{j\omega\mu_0}{k_c} J_1(k_c r) \cos(\varphi + \theta_1) e^{-\gamma z} \quad (4)$$

ここで、 J_1 は 1 次のベッセル関数、 k_c は臨界波数、 γ は伝搬定数である。

円筒導波管断面の電気力線と磁力線の様子を図 2 に示す。また、伝搬減衰定数の解析式を式(5)に示す。



**図 2. 円筒導波管断面の電気力線と磁力線の様子
(実線:電気力線、破線:磁力線)**

伝搬電磁波の周波数と高 Tc 超伝導体の導電率の関係は TDGL 方程式を用いて解析した。超伝導体の導電率は、伝搬する電磁波によって準粒子が励起されるために有限になる。本研究では TDGL 方程式の解を用いて導電率を計算し伝搬減衰定数を求め、超伝導円筒導波管共振器の無負荷時の Q 値 Q_0 の値を解析した。解析結果の例を図 3、図 4 に示す。

4. コヒーレンス時間と無負荷時のQ値の関係

量子ゲート方式の超伝導量子コンピュータの実現を目指す上での課題として、10 [mK] という極低温が必要であることと量子ビットの安定状態であるコヒーレンス時間が短すぎることが挙げられる。

極低温の利用は熱雑音を減らすことから避けられない。一方、コヒーレンス時間を増加させることは技術的に可能である。ジョセフソン・トンネル接合を用いた量子ビットの誕生時には ns レベルであったコヒーレンス時間は、最近では μ s レベルまで改善されているが、大規模集積回路の実現には ms 以上のコヒーレンス時間が必要であり、その手段として超伝導共振器の高い Q 値の利用が有力視されている。図 5 は Q 値とコヒーレンス時

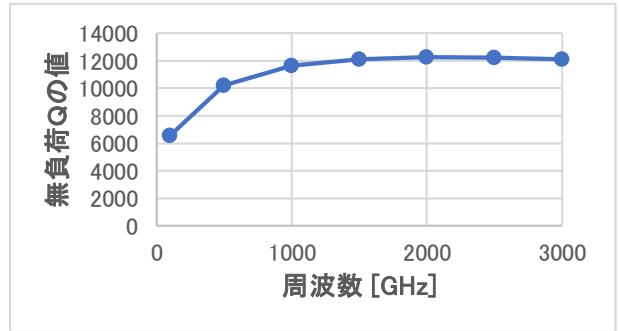


図 3. 共振器長 3[cm]のときの Q_0 値の解析結果($T=50[K]$)

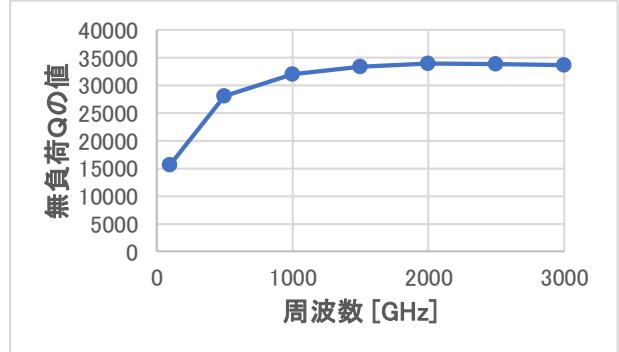


図 4. 共振器長 5[cm]のときの Q_0 値の解析結果($T=50[K]$)

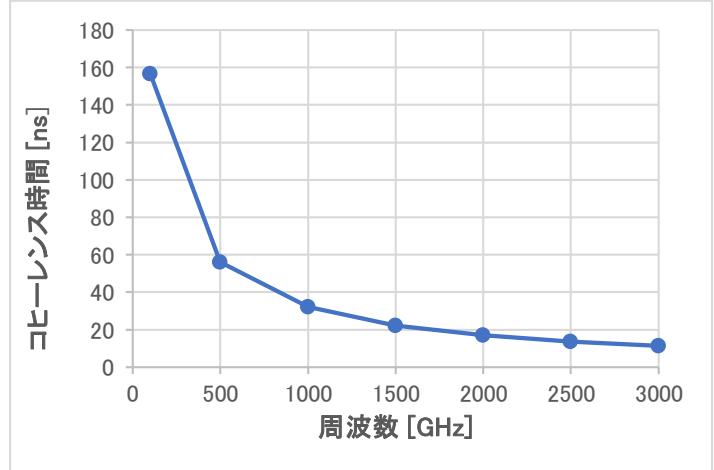


図 5. 共振器長 5[cm]のときの Q_0 値とコヒーレンス時間との関係の解析結果($T=50[K]$)

間の関係を解析した結果である。動作周波数は 100 ~ 3000 [GHz] とした。

5. まとめ

TDGL 方程式を用いて Bi 系高 Tc 超伝導円筒共振器の無負荷時の Q 値を解析し、量子ビットのコヒーレンス時間との関係を解析した。